

1-1-2009

La storia del gatto che era sia vivo che morto

Valia Allori

Follow this and additional works at: <https://huskiecommons.lib.niu.edu/allfaculty-peerpub>

Original Citation

La storia del gatto che era sia vivo che morto (transl: "The Story of the Cat that was both Dead and Alive").
In: E. Giannetto, G. Giannini (eds.), "Da Archimede a Majorana: la fisica nel suo divenire:" 273-283. Guaraldi (2009).

This Book Chapter is brought to you for free and open access by the Faculty Research, Artistry, & Scholarship at Huskie Commons. It has been accepted for inclusion in Faculty Peer-Reviewed Publications by an authorized administrator of Huskie Commons. For more information, please contact jschumacher@niu.edu.

VALIA ALLORI
Rutgers, Department of Philosophy

La storia del gatto che era sia morto che vivo

Questa è la breve storia , forse un poco romanzata, del gatto che, se non forse il più citato, è di sicuro il più bistrattato della storia della fisica e della filosofia: il gatto di Schrödinger.

1. La Nascita: il Problema della Misura

Nel suo famoso articolo del 1935¹, il fisico austriaco Erwin Schrödinger, perplesso di alcune conseguenze della meccanica quantistica, discusse un esperimento mentale per rendere queste conseguenze evidenti. Egli partiva dal presupposto che la meccanica quantistica sia una teoria fisica fondamentale. In altre parole, essa deve descrivere ogni sistema fisico senza alcuna eccezione per mezzo di un oggetto chiamato *funzione d'onda* Ψ che evolve nel tempo secondo un'equazione proposta da Schrödinger stesso e che infatti porta il suo nome. Una caratteristica matematica importante di questa equazione è che è lineare: questo vuol dire che se Ψ_1 e Ψ_2 sono due possibili stati del sistema ad un certo istante di tempo t , allora anche la loro somma, $\Psi_1 + \Psi_2$, è un possibile stato del sistema a quel determinato tempo. Tali stati sono chiamati *stati di sovrapposizione*, perché se Ψ_1 rappresenta, per esempio, un oggetto in una certa regione di spazio che possiamo chiamare R_1 , e Ψ_2 rappresenta un oggetto in una certa regione di spazio R_2 , allora la più naturale rappresentazione dello stato sovrapposizione sembra essere che esso rappresenta l'oggetto sia in R_1 che in R_2 . Che questo stato possa rappresentare un reale stato di cose sembra palesemente problematico: come è possibile che una particella possa essere sia qui che lì?

Gli scienziati del tempo sembrarono trovare una scappatoia: dopo tutto, noi non sappiamo cosa succede *veramente* nel mondo microscopico, non abbiamo esperienza diretta di esso, semplicemente facciamo delle inferenze

indirette di come questo possa essere da osservazioni che facciamo dal mondo macroscopico. Perché vogliamo imporre per forza le nostre categorie macroscopiche anche al mondo di cui non facciamo esperienza diretta? Può benissimo essere che il mondo microscopico sia indescrivibile con tali categorie e voler insistere che lo sia porta solo ad apparenti contraddizioni. Con i tavoli e le sedie non abbiamo scelta: o sono qui o sono lì, ma perché siamo così sicuri che la stessa cosa valga nel caso di particelle invisibili all'occhio umano? Questa era la reazione che gli scienziati ebbero rispetto agli stati sovrapposizione che descrivono oggetto microscopici: sono semplicemente controintuitive ma nulla di più problematico di questo, sostenevano.

Quello che preoccupava Schrödinger però era che tali stati di sovrapposizione potessero descrivere anche stati di oggetti macroscopici. In questo caso, il problema non può essere risolto così in fretta. Per illustrare il suo punto, Schrödinger elaborò l'esperimento mentale che ora andremo a descrivere. Prendiamo un gatto e mettiamolo in una scatola. Questa scatola è equipaggiata da un meccanismo attivato dal decadimento di un nucleo radioattivo. Se il nucleo non decade non succede nulla ma se il nucleo decade il meccanismo è attivato e del veleno si diffonde nella scatola e uccide il gatto.

Abbiamo assunto per ipotesi che la meccanica quantistica sia una teoria completa, cioè che ogni singolo sistema fisico sia descrivibile dalla funzione d'onda in tutto e per tutto. In particolare, il nucleo all'istante iniziale può essere descritto dalla funzione d'onda $\Psi_{\text{non decaduto}}$ che rappresenta il nucleo non decaduto, oppure dalla funzione d'onda Ψ_{decaduto} che rappresenta il nucleo decaduto. Inoltre, la funzione d'onda evolve nel tempo secondo l'equazione di Schrödinger, che è lineare. Questo vuol dire che anche lo stato $\Psi_{\text{non decaduto}} + \Psi_{\text{decaduto}}$ rappresenta una possibile descrizione del sistema. Ma per come l'esperimento è configurato, dopo un po' di tempo - quello necessario perché si possa essere sicuri che il meccanismo sia attivato -, questo stato sovrapposizione microscopico si "amplifica" macroscopicamente al gatto: esso è descritto da uno stato sovrapposizione di vita e di morte, sovrapposizione di due stati macroscopicamente distinti e essi "accadono" nello stesso istante.

La domanda naturale è la seguente: cosa significa questo stato? Non possiamo, almeno non in maniera ovvia, fare la stessa mossa di prima: dopo tutto, noi abbiamo esperienza diretta del gatto e, se immaginiamo di fare

un esperimento come quello proposto, non ci aspettiamo di trovare, come risultato quando apriamo la scatola, un gatto vivo e morto! Quello che si troverà sarà sempre un gatto vivo *oppure* un gatto morto: stati sovrapposizione come quelli descritti dalla meccanica quantistica non sembrano realizzarsi nel mondo macroscopico. In generale, la situazione descritta dall'esperimento del gatto di Schrödinger è del tutto simile a quella di ogni altra situazione sperimentale in cui si hanno N possibili stati finali o, come a volte (impropriamente) si suol dire, N possibili "risultati", descritti dalle funzioni d'onda Ψ_1, \dots, Ψ_N . Per la linearità dell'equazione di Schrödinger, anche lo stato sovrapposizione $\Psi_1 + \dots + \Psi_N$ è uno stato possibile del sistema. Supponiamo di dover misurare una corrente e di sapere, per qualche motivo, che è, per semplicità tra 3 e 5 Ampere (inclusi) e che ha solo valori discreti. Quindi i possibili risultati dell'esperimento saranno i seguenti: l'indice dell'amperometro che segna "3A", rappresentato dalla funzione d'onda Ψ_3 , l'indice dell'amperometro che segna "4A", rappresentato dalla funzione d'onda Ψ_4 , l'indice dell'amperometro che segna "5A";, rappresentato dalla funzione d'onda Ψ_5 . E lo stato sovrapposizione $\Psi_3 + \Psi_4 + \Psi_5$ è uno stato possibile ma che nessuno mai osserva: i risultati degli esperimenti hanno *sempre* dei risultati, mentre questo stato sovrapposizione descrive una situazione in cui l'indice dell'amperometro non punta a nessun numero! Quindi come la mettiamo?

Quello descritto è chiamato "problema del gatto di Schrödinger" o "problema della misura" oppure ancora "problema della completezza della meccanica quantistica," e il motivo di quest'ultimo nome sarà chiarito tra breve. Schrödinger era molto turbato da questo risultato e non sapeva che posizione prendere a riguardo. Come vedremo, ci sono diverse possibilità al riguardo. Per comprendere da dove esse vengono, si può riassumere il problema come segue. Le seguenti tre affermazioni sono incompatibili:

1. la funzione d'onda fornisce la descrizione completa del sistema,
2. la funzione d'onda evolve secondo l'equazione di Schrödinger,
3. gli esperimenti hanno risultati.

Se si esclude la possibilità di negare l'ultima affermazione, si potrebbe dire, con le parole del fisico irlandese John Stuart Bell: O la funzione d'onda, data dall'equazione di Schroedinger equation, non è tutto, oppure, è sbagliata².

Passiamo ora ad analizzare le differenti possibilità e le loro conseguenze.

2. L'Infanzia: le Teorie Quantistiche con l'Osservatore

Una prima possibilità, corrispondente a negare la prima affermazione, è quella proposta (in maniera forse indiretta) dal famoso matematico ungherese John von Neumann³. L'idea è che l'"osservatore" giochi un ruolo fondamentale nella teoria. La funzione d'onda evolve secondo l'equazione di Schrödinger ma solo finché qualcuno non guarda quello che succede. A quel punto, avviene quello che si chiama "collasso" o "riduzione" della funzione d'onda: la funzione d'onda si trasforma, istantaneamente, dalla somma di più termini in uno solo dei termini della sovrapposizione. Quindi, non si osservano mai sovrapposizioni perché l'atto di osservare fa sì che esse "spariscano".

E' chiaro, appena si riflette un pochino, come questa soluzione del problema non sia in realtà per nulla soddisfacente: che cosa è *esattamente* un osservatore? Alcuni, tra cui il grande fisico e matematico ungherese Eugene Wigner⁴, arrivarono a ritenere che sia la coscienza a fornire la qualifica di qualifica l'osservatore. Come conseguenza, sembra essere importante, nel progetto di sviluppare una teoria fisica fondamentale, spiegare cosa la coscienza sia e come essa influenzi gli oggetti fisici. Come criterio metodologico, prima di accettare una visione tanto radicale bisognerebbe riflettere su quali siano le alternative. E' veramente l'unica possibilità di risolvere il problema? Se la risposta è negativa, cioè se effettivamente esistono soluzioni del problema in cui non sembra necessario invocare la coscienza per costruire una teoria scientifica, non si vede quali ragioni - *ceteris paribus*- uno debba avere per scegliere la posizione radicale. Inoltre, in definitiva, cosa ha di speciale il fatto di osservare? Non è forse un processo fisico come tutti gli altri? Non dovrebbe essere lui ad essere spiegato (insieme agli altri processi fisici) dalla teoria fondamentale? La situazione, qui, sembra essere al contrario: non è la misura ad essere "spiegata" ma è la base di tutte le spiegazioni!

Queste poche righe dovrebbero far apprezzare come questa alternativa, la meccanica quantistica con l'osservatore, sia decisamente problematica e come sia opportuno che l'osservatore non compaia nella formulazione di una teoria fisica fondamentale. A questo punto la domanda naturale da farsi è la seguente: "Esistono formulazioni della meccanica quantistica che

non soffrono del problema del gatto di Schrödinger e che non usano l'osservatore per risolverlo?" E' rincuorante sapere che la risposta è affermativa. Nei prossimi paragrafi ci dedicheremo a descrivere tale teorie, seppur brevemente.

3. L'Adolescenza: l'Interpretazione di Copenhagen

Un'elaborazione del modo di risolvere il problema del gatto di Schrödinger alla von Neumann che ancora nega la completezza della descrizione fornita dalla funzione d'onda ma che però va nella direzione di escludere l'osservatore dalla formulazione della teoria fu quello proposto da uno dei fisici più famosi dell'epoca, il danese Niels Bohr⁵ e che quindi prende il nome di interpretazione di Copenhagen. L'idea di base è che la fisica, come nostra creazione, non sia in grado di descrivere il mondo a causa della nostra intrinseca limitatezza di esseri umani. Ci sono due mondi, quello classico e quello quantistico, ed entrambi forniscono uno scorcio sulla realtà, nessuno dei quali completo ed esauriente. La meccanica quantistica, da sola, non fornisce una descrizione completa: ad essa va aggiunta una descrizione classica. Questo però, secondo Bohr, non è un sintomo di una teoria inadeguata della realtà ma del fatto che una descrizione coerente sia, per noi esseri umani, intrinsecamente impossibile.

Questo sembra essere suggerito dal fatto che, in molti esperimenti recenti (per il tempo), particelle sembravano comportarsi come onde e *vice versa*. Un esempio di particelle che si comportano come onde è illustrato dal famoso esperimento delle due fenditure: si consideri uno schermo con due fenditure e si mandino delle particelle - una alla volta - contro lo schermo. Un secondo schermo viene posizionato dietro le fenditure per registrare "quello che succede." Man mano che l'esperimento procede, si formano delle piccole macchie luminose sullo schermo, che presumibilmente indicano dove la particella è arrivata, e le macchioline si addensano sempre di più in alcuni punti e sempre di meno in altri a formare una classica figura di interferenza. Questo risultato ha dell'incredibile: perché mai delle particelle dovrebbero formare tale figura sullo schermo? La cosa naturale che uno si dovrebbe aspettare è di vedere due righe luminose in corrispondenza delle fenditure, dove le particelle non sono state bloccate dal primo schermo e hanno potuto raggiungere il secondo. Invece in questo caso è come se fosse passata un'onda, e non una particella, dalle fenditure!

Ma come fa una particella a comportarsi come un'onda?

Bohr, tra gli altri, pensò che per risolvere questo mistero si dovesse riconoscere che i concetti di particella e di onda non sono adeguati e introdusse la sua famosa "dualità onda-particella:" al meglio, "onda" e "particella" sono due concetti che forniscono delle descrizioni soltanto parziali del mondo microscopico. Questo portò Bohr in seguito a formulare l'interpretazione di Copenhagen, in cui, come abbiamo detto, si abbandona l'idea di una descrizione del mondo microscopico e ci si limita ad una descrizione di quello che avviene a livello delle misurazioni.

Si vede ora come il problema della misura non ci sia più: gli oggetti macroscopici, per definizione, sono oggetti "classici," che si comportano cioè in maniera perfettamente "normale." Essi quindi non sono mai descritti da uno stato sovrapposizione, per definizione. In questa teoria, la descrizione completa del sistema è fornita dalla funzione d'onda e dalle variabili classiche macroscopiche, quelle che noi chiameremmo i risultati degli esperimenti. La funzione d'onda evolve secondo l'equazione di Schrödinger e le variabili classiche evolvono secondo le leggi classiche, ma quando c'è un'interazione, allora le dinamiche cambiano: la funzione d'onda collassa e le variabili classiche subiscono dei salti casuali non prevedibili classicamente, statisticamente regolati dalla funzione d'onda.

Facciamo notare come questa visione sia bizzarra: gli oggetti macroscopici, come i tavoli e le sedie, non sono costituiti da particelle ma, al contrario, essi danno fondamento a tutta la teoria e sarebbe più corretto pensare che tavoli e sedie "costituiscono" quelle che noi (impropriamente) chiamiamo "particelle microscopiche." Ma la bizzarria, di per se non è un'obiezione. Facciamo invece osservare la seguente cosa: come si deve intendere la parola "macroscopico?" Dove si trova la linea di separazione tra il mondo classico e quello quantistico? Quante "particelle" deve avere un oggetto perché lo si possa ritenere "classico"? Questa ambiguità fondamentale all'interno della formulazione della teoria è di per se altamente problematica, specialmente se non è una scelta forzata.

4. La Maturità': le Teorie Quantistiche senza l'Osservatore

Perché basare sin dalle fondamenta una teoria fisica su un concetto, quello di oggetto macroscopico, intrinsecamente vago? Bohr direbbe che non possiamo farne a meno, che siamo intrinsecamente limitati. Ma quanto c'è di vero in questo? Forse ci sono altre possibilità di interpretare le "pazzie"

della meccanica quantistica senza dover abbandonare l'idea di poter arrivare ad una descrizione coerente del mondo attraverso le teorie fisiche. Ci sono effettivamente almeno due teorie che raccolgono la sfida: una è chiamata teoria della localizzazione spontanea o teoria di Ghirardi-Rimini-Weber (GRW); un'altra è la cosiddetta teoria delle variabili nascoste altrimenti chiamata (più appropriatamente) meccanica bohmiiana.

La meccanica bohmiiana fu inizialmente proposta come spiegazione dei fenomeni quantistici alternativa a quella di Bohr dal fisico francese Louis de Broglie⁶ con il nome di teoria dell'onda pilota e poi generalizzata dal fisico americano David Bohm⁷. Sfortunatamente, tale teoria venne inizialmente chiamata "teoria delle variabili nascoste," perché in essa la descrizione di un sistema fisico fornita dalla funzione d'onda viene completata aggiungendo la specificazione delle posizioni delle particelle, le cosiddette "variabili nascoste," ma questo nome non le rende giustizia. Secondo questa teoria, ogni oggetto, macroscopico o microscopico che sia, è composto da particelle: esse hanno una posizione ben definita nello spazio tridimensionale ed evolvono nel tempo secondo un'equazione determinata dalla funzione d'onda, la quale a sua volta evolve nel tempo secondo l'equazione di Schrödinger. Dato che gli oggetti fisici, incluso il gatto, sono composti da particelle, e dato che quella a essere in sovrapposizione è invece la funzione d'onda, il problema della misura semplicemente svanisce: il gatto o è vivo oppure è morto, a seconda di cosa fanno le sue particelle. La "forma" della funzione d'onda, in particolare il fatto che essa sia in sovrapposizione, non conta: la funzione d'onda non deve essere pensata costitutiva degli oggetti fisici in quanto campo "concreto" nello spazio fisico tridimensionale, prima di tutto perché matematicamente non lo è: essa "vive" in uno spazio di dimensioni elevatissime, pari a circa il numero di Avogadro.

Appena si capisce questo, si vede come non ci sia alcun problema della misura in particolare e nessun problema in generale⁸. Inoltre si vede come le particelle in questa teoria non siano quello che il termine "variabili nascoste" può suggerire ma sono effettivamente ciò che compone gli oggetti fisici.

La teoria GRW, presentata per la prima volta dai fisici italiani Giancarlo Ghirardi, Alberto Rimini e Tulio Weber⁹, al contrario della meccanica bohmiiana, nega che la funzione d'onda evolva secondo l'equazione di Schrödinger¹⁰: invece di invocare l'osservatore come il responsabile dei "collassi" della funzione d'onda, questa teoria inserisce il collasso direttamente nell'equazione di evoluzione. In GRW, la funzione d'onda

evolve secondo l'equazione di Schrödinger per la maggior parte del tempo ma, ogni tanto, collassa in uno dei termini della sovrapposizione. Il tasso a cui tale riduzione avviene è determinato da un fattore proporzionale al numero di "particelle" che compongono l'oggetto: più l'oggetto è grosso e meno tempo ci mette la funzione d'onda a collassare. In questo senso, le sovrapposizioni macroscopiche non si vedono mai: se l'oggetto è macroscopico, esso rimane in sovrapposizione per ben poco tempo.

Ma, detto questo, si vede che in realtà rimane qualche cosa che non sembra funzionare: in che senso dire che l'oggetto macroscopico rimane in uno stato sovrapposizione per pochissimo tempo aiuta a risolvere il problema del gatto? Di sicuro questo spiega perché noi non vediamo tali oggetti in sovrapposizione, ma indipendentemente da quanto tempo ci rimanga, se non è esattamente zero, il problema di spiegare cosa significhi avere uno stato che descrive un gatto vivo e morto insieme rimane! Bisogna a questo punto riflettere su quale sia il vero interrogativo che nasce dalla meccanica quantistica, soltanto suggerito dal problema del gatto di Schrödinger: *Quale oggetto matematico è in grado di rappresentare adeguatamente ciò che esiste in Natura¹¹*? Più precisamente, può la funzione d'onda rappresentare un oggetto fisico? Riflessioni al riguardo¹² hanno concluso che questo sia impossibile o comunque molto problematico: lo scopo di una teoria fisica fondamentale dovrebbe essere quello di descrivere oggetti nello spazio tridimensionale e la funzione d'onda, essendo un oggetto in uno spazio molto più grosso, non è in grado di farlo, per lo meno non "da sola". Come conseguenza, nella teoria GRW, i tavoli e le sedie non possono essere "fatti" di funzione d'onda, non tanto perché essa sia "in sovrapposizione", ma quanto perché sia la funzione d'onda. Al contrario di quanto inizialmente suggerito, la descrizione fornita dalla funzione d'onda va *sempre* completata, indipendentemente dalla sua evoluzione temporale. La proposta di Bell - o la funzione d'onda è incompleta oppure non evolve secondo l'equazione di Schrödinger - è, in questo senso, una falsa dicotomia. Resosi conto di questo, Ghirardi¹³ ha proposto una formulazione di GRW (che chiameremo GRWm) in cui ogni oggetto fisico è costituito da un campo, $m(x)$, nello spazio tridimensionale, identificabile con la densità di massa dell'oggetto, determinato dalla funzione d'onda. Quindi, la descrizione degli oggetti non è, in questa teoria, di tipo corpuscolare (non ci sono particelle in GRWm) ma invece è di tipo continuo, fornita dal campo m . Facciamo notare che quella intrapresa da Ghirardi non è l'unica possibilità: *a priori*, non sembra esserci alcuna

limitazione (a parte l'essere nello spazio tridimensionale o nello spazio-tempo) alla scelta di quale oggetto matematico possa rappresentare i mattoncini lego di tutto l'universo, quella che si chiama *l'ontologia primitiva* della teoria. In particolare, Bell¹⁴ propose che gli oggetti fisici siano costituiti non da questo campo ma da quello che potremmo chiamare "lampi" (*flashes*, in inglese): eventi nello spazio-tempo. Secondo questa teoria, che chiameremo GRWf, questi lampi sono ciò che esiste al livello fondamentale e gli oggetti fisici non sono altro che "collezioni" di tali lampi¹⁵.

5. La Crisi di Mezza Età: l'Interpretazione a Molti Mondi

Fino ad ora non abbiamo considerato cosa succederebbe se negassimo l'ultima delle tre affermazioni riportate nel primo paragrafo: il fatto che gli esperimenti abbiano risultati. Questa è la strada che Hugh Everett III, promettente fisico americano, pensò di intraprendere¹⁶. L'idea è che tutto quello che *può* succedere, effettivamente succede. Il problema è stabilire esattamente "dove": in queste teorie si parla di "multiverso": ogni volta che si ha un'osservazione, tutti i possibili risultati si realizzano in uno dei differenti universi che costituiscono il multiverso. Per questo motivo, la teoria è spesso chiamata teoria a molti mondi. Questo approccio, benché non molto promettente agli occhi di chi scrive (prima di tutto perché si basa sulla funzione d'onda come oggetto matematico fondamentale), è diventato molto popolare tra fisici e filosofi, per differenti ragioni: per quel che riguarda i fisici, essa lascia inalterata tutta la matematica della meccanica quantistica che si insegna a scuola e relega tutti i problemi a quella che viene chiamata "l'interpretazione," invece per quel che riguarda i filosofi, lascia sufficiente spazio all'immaginazione nell'investigazione di problemi metafisici come la possibilità di viaggi nel tempo o a problemi di identità personale, contrariamente a quello che succede nel caso della meccanica bohiana e di GRW.

6. Una Nuova Vita? La Meccanica Quantistica e la Relatività

La scelta di Bell secondo cui il mondo è costituito da lampi è bizzarra ma non è senza motivo: Bell aveva notato, come il giovane matematico tedesco

Roderich Tumulka¹⁷: ha recentemente dimostrato, che solo con una formulazione in termini di lampi la meccanica quantistica e relatività sembrano più vicine. Ma in che senso? Come noto, meccanica quantistica e relatività non vanno molto d'accordo. Quello che non è così noto è dove è il problema. Le riflessioni precedenti dovrebbero essere servite, almeno in parte, a chiarire che non è nemmeno chiaro di che cosa parli la meccanica quantistica troviamo sui libri: l'osservatore? I risultati delle misure? Le particelle? Cosa, esattamente? Senza questa chiarezza, come si può solo iniziare a domandarsi cosa è compatibile con cosa? Bisogna fare una scelta - e alcune sono più soddisfacenti di altre- ma solo allora è possibile porsi ulteriori domande. Quindi, nell'ambito delle cosiddette teorie quantistiche senza osservatore, ci si può domandare quali siano le proprietà di simmetria della teorie, tra cui la proprietà di invarianza relativistica. In un certo senso, esse sono "proprietà" dei mattoncini lego che costituiscono gli oggetti fisici secondo la teoria. A questo punto, il problema diventa un problema di matematica: si può costruire un'equazione che regola l'evoluzione temporale dell'ontologia primitiva che abbia la proprietà desiderata? Se la risposta è positiva, come Tumulka ha mostrato, siamo a cavallo... ma questa è un'altra storia!

Note:

- 1 Scrodinger Erwin (1935): "Die Gegenwärtige Situation in der Quantenmechanik", *Naturwissenschaften*, 1935, 23: 807-812; trad. ing.: *The Present Situation in Quantum Mechanics: a Translation of Schrödinger's "Cat Paradox" Paper*, in: Wheeler; John Archibald; Zurek, Wojciech H.: *Quantum Theory and Measurement* (Princeton University Press, Princeton, 1983).
- 2 Bell, John Stuart (1987). *Speakable and Unsayable in Quantum Mechanics* (Cambridge: Cambridge University Press, 1987).
- 3 von Neumann, John (1932). *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik* (Berlino: Springer University Press, 1932); trad. ingl. *Mathematical Foundations of Quantum Mechanics* (Princeton: Princeton University Press, 1955).
- 4 Wigner, Eugene (1967). *Symmetries and Reflection* (Bloomington: Indiana University Press, 1967).
- 5 Bohr, Niels (1949). Discussion with Einstein on Epistemological Problems in Atomic Physics, in: P.A. Schilpp (a cura di) (1949), *Albert Einstein, Philosopher-Scientist* (Evanston: Library of Living Philosophers, 1949).
- 6 de Broglie Louis (1928): in *Solvay Congress (1927), Electrons et Photons: Rapports et Discussions du Cinquième Conseil de Physique tenu à Bruxelles du*

-
- 24 au 29 Octobre 1927 sous les Auspices de l'Institut International de Physique Solvay (Paris: Gauthier-Villars, 1928).
- 7 Bohm, David (1952). "A Suggested Interpretation in Terms of "Hidden Variables": Part I and Part II," *Physical Review*, 1952, 85 : 166-179 and 180-193
 - 8 Per una descrizione dettagliata della teoria e per vedere come essa possa descrivere gli altri fenomeni quantistici, si vedano: Allori, Valia; Zanghì, Nino (2004). "What is Bohmian Mechanics?", *International Journal of Theoretical Physics*, 2004, 43: 1743-1755 ; Goldstein, Sheldon (2001). Bohmian Mechanics, in: the Stanford Encyclopedia of Philosophy (<http://plato.stanford.edu/entries/qm-bohm>) e referenze citate in essi.
 - 9 Ghirardi, Giancarlo; Rimini, Alberto; Weber, Tulio (1986). "Unified Dynamics for Microscopic and Macroscopic Systems". *Physical Review D*, 1986, 34: 470–491.
 - 10 Si veda: Allori, Valia; Goldstein, Sheldon; Tumulka Roderich., Zanghì Nino (in sottomissione). "On the Common Structure of Bohmian Mechanics and the Ghirardi-Rimini-Weber Theory", [quant-ph/0603027](http://arxiv.org/abs/quant-ph/0603027). per una chiara discussione di come questa affermazione vada intesa.
 - 11 Questo punto è stato fatto per la prima volta da Goldstein in Goldstein, Sheldon (1998). "Quantum Theory without Observers", *Physics Today*, 1998, Part One: March 1998, 42–46; Part Two: April 1998, 38–42.
 - 12 Oltre all'articolo di Goldstein citato nella nota precedente, vedi anche: Allori, Valia; Goldstein, Sheldon; Tumulka Roderich., Zanghì Nino (in sottomissione). "On the Common Structure of Bohmian Mechanics and the Ghirardi-Rimini-Weber Theory", [quant-ph/0603027](http://arxiv.org/abs/quant-ph/0603027).
 - 13 Benatti, Fabio; Ghirardi, Giancarlo; Grassi, Renata (1995). "Describing the Macroscopic World: Closing the Circle within the Dynamical Reduction Program", *Foundations of Physics*, 1995, 25: 5–38.
 - 14 Bell, John Stuart (1987). *Speakable and Unspeakable in Quantum Mechanics* (Cambridge: Cambridge University Press, 1987).
 - 15 Per una descrizione dettagliata delle possibilità e in particolare di GRWf, si veda: Allori, Valia; Goldstein, Sheldon; Tumulka Roderich., Zanghì Nino (in sottomissione). "On the Common Structure of Bohmian Mechanics and the Ghirardi-Rimini-Weber Theory", [quant-ph/0603027](http://arxiv.org/abs/quant-ph/0603027).
 - 16 Everett, Hugh (1957). "Relative State Formulation of Quantum Mechanics", *Review of Modern Physics*, 1957, 29: 454–462.
 - 17 Tumulka, Roderich (2006). "A Relativistic Version of the Ghirardi–Rimini–Weber Model", *Journal of Statistical Physics*, 2006, 125: 821–840.